PERAN PEMBUKTIAN MATEMATIS DALAM MEMAHAMI KONSEP ANALISIS REAL BAGI MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA

Revina Rahmadira[1], Chelsi Nova Kalista[2], Nabila Nur Aulia[3], Az-zahra[4], Rahmi Aulia[5], Dr. Muhammad Win Afgani, S.Si., M.Pd[6]
UIN Raden Fatah Palembang
[1] revinarahmadira19@gmail.com, [2] novakalistachelsi@gmail.com, [3] anabilanur12@gmail.com, [4] azzahranovember0511@gmail.com, [5] ra0978544@gmail.com

ABSTRACT

Mathematical proof is an important aspect of mathematics learning, particularly in Real Analysis courses, which emphasize logical and systematic reasoning. However, students often experience difficulties in understanding formal definitions, selecting appropriate theorems, and constructing proof steps in a coherent manner. This study aims to examine the role of mathematical proof in helping Mathematics Education students understand Real Analysis concepts. This research employs a qualitative approach using a descriptive-analytical literature review method. The data were obtained from various relevant journal articles, conference proceedings, and university repositories related to mathematical proof and Real Analysis learning. The data were analyzed through identification, classification, and synthesis of themes related to the research focus. The findings indicate that mathematical proof plays an important role in improving students' conceptual understanding, developing logical and systematic thinking skills, enhancing problem-solving abilities, and strengthening their ability to analyze and evaluate mathematical statements. Through proof activities, students not only understand the truth of a mathematical statement but also comprehend the reasoning and logical processes underlying that truth. Therefore, mathematical proof is an essential component of Real Analysis learning because it helps students develop a deeper understanding of mathematical concepts and improve their mathematical reasoning abilities.

Keywords: *mathematical proof, conceptual understanding, Real Analysis, Mathematics Education students.*

ABSTRAK

Pembuktian matematis merupakan salah satu aspek penting dalam pembelajaran matematika, khususnya pada mata kuliah Analisis Real yang menekankan penalaran logis dan sistematis. Namun, dalam mempelajari Analisis Real, mahasiswa masih sering mengalami kesulitan dalam memahami definisi formal, memilih teorema yang tepat, serta menyusun langkah-langkah pembuktian secara runtut. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji peran pembuktian matematis dalam membantu mahasiswa Pendidikan Matematika memahami konsep Analisis Real.

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan metode studi kepustakaan (library research) yang bersifat deskriptif-analitis. Data diperoleh dari berbagai artikel jurnal, prosiding, dan repositori perguruan tinggi yang relevan dengan pembuktian matematis dan pembelajaran Analisis Real. Data dianalisis melalui identifikasi, pengelompokan, dan sintesis tema-tema yang berkaitan dengan fokus penelitian. Hasil kajian menunjukkan bahwa pembuktian matematis memiliki peran penting dalam meningkatkan pemahaman konseptual mahasiswa, melatih kemampuan berpikir logis dan sistematis, mengembangkan keterampilan pemecahan masalah, serta meningkatkan kemampuan menganalisis dan mengevaluasi suatu pernyataan matematika. Melalui kegiatan pembuktian, mahasiswa tidak hanya mengetahui kebenaran suatu pernyataan, tetapi juga memahami alasan dan proses logis yang mendasari kebenaran tersebut. Dengan demikian, pembuktian matematis menjadi bagian penting dalam pembelajaran Analisis Real karena dapat membantu mahasiswa memahami konsep secara lebih mendalam dan mengembangkan kemampuan penalaran matematis.

Kata Kunci: pembuktian matematis, pemahaman konsep, Analisis Real, mahasiswa Pendidikan Matematika.

A. Pendahuluan

Matematika merupakan ilmu yang bersifat deduktif aksiomatik yang artinya struktur pada matematika diawali dengan istilah yang tidak terdefinisi, lalu selanjutnya istilah yang didefiniskian, dan kemudian disusun sebuah pernyataan yang disebut aksioma dan postulat yang nantinya akan digunakan untuk menyusun teorema-teorema yang nantinya akan dibuktikan dengan proses deduktif sehingga memperoleh kebenaran yang berlaku secara umum dalam sistemnya. Dalam pembuktian teorema-teorema tersebut biasanya menggunakan pembuktian tak langsung maupun dengan pembuktian langsung. Bentuk pembuktian tidak langsung adalah pembuktian dengan cara kontradiksi dari apa yang akan kita buktikan, sedangkan bentuk pembuktian langsung diantaranya adalah pembuktian dengan eliminasi kasus, dan pembuktian denga ekuivalensi (Sadikin: 2009). Lebih lanjut Bell (1976) mendefinisikan bukti sebagai skema aksioma, konsep dasar dan teorema yang diperoleh melalui metode deduktif.

Pembuktian bagi kalangan matematikawan memiliki peranan yang sangat penting, Mengapa? Karena, pembuktian sebagai suatu metode meyakinkan yang digunakan untuk menguji pengetahuan. Bagi

mahasiswa matematika bukti itu bisa diibaratkan seperti makanan sehari-hari, dimana hampir setiap mata kuliah mereka bekerja dengan menggunakan bukti matematika. Namun demikian kadang istilah bukti yang dipahami oleh setiap mahasiswa berbeda dengan tafsiran yang dimiliki oleh dosen, demikian pula dengan tafsiran yang dimiliki dosen bisa jadi berbeda dengan dosen yang lain. Pembuktian matematika memungkinkan penciptaan argumen yang nantinya dapat diterima pada saat mempresentasikannya di depan kelas (Stylianides, 2007). Lebih lanjut Tall (1989) menjelaskan bahwa dalam kasus matematika perguruan tinggi di seluruh dunia, konstruksi dan pemahaman mahasiswa terhadap pembuktian matematika harus lebih ditekankan. Terutama bagi calon guru matematika yang diharapkan untuk mengajar pembuktian matematika untuk generasi berikutnya.

NCTM (2000) menyatakan bahwa pembuktian matematika merupakan salah satu aspek yang harus mendapatkan perhatian lebih utama dalam pembelajaran matematika. Menurut Educational Development Center (2003) menyatakan bahwa pembuktian matematis antara lain: (a) menyusun suatu fakta dengan pasti; (b) mendapatkan pemahaman; (c) menyampaikan gagasan kepada orang lain; (d) tantangan; (e) membuat sesuatu mudah difahami; (f) mengkonstruksi teori matematika. Metode pembuktian diperlukan untuk meyakinkan kebenaran pernyataan atau teorema pada umumnya berbentuk implikasi atau biimplikasi. Salah satu matakuliah yang didominasi pembuktian matematis adalah analisis real.

Analisis real sangat penting untuk membangun keterampilan matematika tingkat lanjut, banyak siswa menganggapnya sebagai kursus yang menantang. Rintangan utama adalah pemecahan masalah. Tidak seperti kursus matematika lainnya, Analisis real menuntut pemahaman konsep yang kuat dan kemampuan untuk menerapkannya pada masalah yang rumit. Sayangnya, banyak mahasiswa berjuang dengan aspek ini.

Kurangnya kemampuan pemecahan masalah ini kemungkinan berasal dari beberapa kelemahan. Siswa mungkin memiliki kesenjangan dalam pemahaman mereka tentang konsep-konsep dasar seperti

kontinuitas, konvergensi, dan supremum. Selain itu, mereka mungkin berjuang untuk menerapkan teorema dan metode secara efektif, baik karena praktik terbatas menggunakannya atau kesulitan mengenali kapan dan bagaimana mereka relevan. Analisis real juga menuntut keterampilan berpikir kritis yang kuat. Banyak siswa merasa sulit untuk memecah masalah yang kompleks, mengidentifikasi struktur mereka, dan merumuskan strategi solusi yang tepat. Seperti yang disarankan oleh penelitian Hanifah (Setiawan, 2021), pemecahan masalah membutuhkan penalaran logis yang kompleks. Ini melibatkan pengumpulan informasi, menganalisisnya, merumuskan pendekatan yang berbeda, dan memilih jalur solusi yang paling efektif.

B. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan metode studi kepustakaan (library research) yang bersifat deskriptif-analitis. Pendekatan ini dipilih karena penelitian bertujuan untuk mengkaji secara mendalam konsep, makna, serta peran pembuktian dalam matematika sebagai fondasi kebenaran dan kepastian ilmiah melalui penelaahan literatur ilmiah yang relevan. Studi kepustakaan memungkinkan peneliti untuk menganalisis berbagai pandangan teoretis dan hasil penelitian empiris tanpa melakukan pengumpulan data lapangan secara langsung, sebagaimana telah diterapkan dalam kajian kemampuan pembuktian matematis di Indonesia (Dewi & Dasari, 2023).

Sumber data penelitian diperoleh dari artikel jurnal nasional terakreditasi,prosiding seminar nasional, serta repositori perguruan tinggi di Indonesia yang diterbitkan dalam rentang waktu tujuh tahun terakhir, yaitu tahun 2018 hingga 2025. Literatur yang dipilih memuat pembahasan mengenai pembuktian matematis, kemampuan pembuktian, kesalahan dalam pembuktian, serta strategi pembelajaran pembuktian dalam konteks pendidikan matematika. Proses pemilihan sumber dilakukan melalui penelusuran basis data daring seperti Google Scholar, Garuda, dan Neliti dengan kata kunci "pembuktian matematis", "kemampuan pembuktian", dan "pembelajaran pembuktian", sebagaimana prosedur yang

digunakan dalam kajian literatur sistematis oleh Lubis (2024).

Teknik pengumpulan data dilakukan dengan membaca secara cermat setiap sumber terpilih, kemudian mencatat dan mengelompokkan informasi penting yang berkaitan dengan peran pembuktian dalam menjamin kebenaran matematis, pola kesulitan peserta didik dalam pembuktian, serta implikasinya dalam pembelajaran matematika. Data yang terkumpul dianalisis menggunakan teknik analisis tematik, yaitu dengan mengidentifikasi tema-tema utama, mengelompokkan gagasan sejenis, dan mensintesis hasil kajian dari berbagai sumber menjadi satu kesatuan pemahaman yang utuh. Pendekatan analisis ini banyak digunakan dalam penelitian pendidikan matematika berbasis kajian pustaka di Indonesia (Yohanes & Dian, 2023)

Untuk menjaga keabsahan data dan keandalan analisis, penelitian ini membandingkan temuan dari beberapa artikel dan jurnal dengan fokus kajian serupa. Dengan demikian, kesimpulan disusun melalui sintesis berbagai sumber yang relevan, bukan hanya berdasarkan satu sumber (Netti, 2018).

C.Hasil Penelitian dan Pembahasan

Pembuktian Matematis

Matematika merupakan ilmu deduktif-aksiomatik yang dibangun dari istilah tak terdefinisi, istilah terdefinisi, aksioma atau postulat, serta teorema. Kebenaran teorema ditunjukkan melalui penalaran deduktif yang mengikuti definisi dan aturan logika. Dalam mata kuliah Analisis Real, pembuktian membantu mahasiswa mengembangkan kedewasaan berpikir matematis karena mereka perlu memahami alasan di balik setiap kesimpulan (Bell, 1976).

Pembuktian matematis memiliki beberapa fungsi. Pembuktian memeriksa kebenaran suatu pernyataan, menjelaskan mengapa pernyataan itu benar, dan menjadi sarana untuk menyampaikan argumen secara runtut. Dalam pembelajaran, kegiatan ini juga dapat mendukung pemahaman konseptual, penalaran, serta kemampuan berpikir kritis dan reflektif (NCTM, 2000; Educational Development Center, 2003).

Metode pembuktian dipilih sesuai dengan bentuk pernyataan dan alur penalaran yang paling tepat. Beberapa metode yang umum digunakan adalah pembuktian langsung, kontraposisi, kontradiksi, dan induksi matematika.

1. Pembuktian Langsung

Pembuktian langsung dimulai dengan menganggap premis atau hipotesis p benar, kemudian menggunakan definisi, aksioma, dan teorema yang relevan untuk menunjukkan kesimpulan q. Dalam penelitian tentang pembuktian pada mata kuliah Analisis Real berdasarkan Adversity Quotient (AQ), kemampuan mahasiswa dalam menyusun bukti langsung ditemukan berbeda menurut kategori AQ.

Mahasiswa kategori Camper dalam penelitian tersebut cenderung menjelaskan alur pembuktian lebih lancar, sedangkan mahasiswa kategori Quitter lebih sering mengalami kesulitan. Namun, kesalahan masih ditemukan pada berbagai kategori, misalnya kurang tepat menggunakan definisi, memakai contoh angka tertentu untuk membuktikan pernyataan umum, atau tidak menuliskan kesimpulan akhir secara jelas.

2. Pembuktian Kontraposisi

Pembuktian kontraposisi digunakan untuk membuktikan implikasi $p \rightarrow q$ dengan membuktikan kontraposisinya, yaitu $\neg q \rightarrow \neg p$. Kedua pernyataan ekuivalen secara logis. Metode ini dapat dipilih ketika memulai dari negasi kesimpulan lebih mudah daripada menurunkan kesimpulan langsung dari premis.

3. Pembuktian Kontradiksi

Pembuktian kontradiksi diawali dengan mengandaikan bahwa pernyataan yang hendak dibuktikan salah. Pengandaian tersebut kemudian digunakan dalam penalaran deduktif sampai menghasilkan pertentangan dengan definisi, aksioma, teorema, atau premis yang diketahui benar. Karena terjadi kontradiksi, pengandaian ditolak sehingga pernyataan awal terbukti. Metode ini menuntut ketepatan dalam membentuk negasi dan menjaga konsistensi logika.

4. Induksi Matematika

Induksi matematika digunakan untuk membuktikan pernyataan

P(n) yang berlaku bagi bilangan asli dalam domain yang ditentukan. Pembuktian ini memiliki dua langkah utama: langkah basis dan langkah induksi.

a. Langkah basis: buktikan bahwa P(n) benar untuk nilai awal yang ditentukan, misalnya n = 1 jika domain dimulai dari 1.

2. Langkah induksi: anggap P(k) benar untuk suatu bilangan asli k (hipotesis induksi), lalu gunakan asumsi tersebut untuk membuktikan bahwa P(k + 1) benar.

Kesulitan yang dapat muncul dalam induksi matematika adalah mahasiswa belum mampu menggunakan hipotesis induksi P(k) secara tepat ketika membuktikan P(k + 1). Karena itu, setiap langkah perlu dijelaskan dengan alasan yang jelas dan runtut.

Analisis Real dan Karakteristiknya

1. Pengertian Analisis Real

Analisis Real merupakan salah satu mata kuliah wajib pada program studi Pendidikan Matematika yang berperan dalam mengembangkan kemampuan penalaran matematis mahasiswa. Mata kuliah ini tidak hanya menekankan pada hasil akhir penyelesaian masalah, tetapi juga pada proses berpikir yang logis dan sistematis dalam membangun suatu pembuktian matematika. Dalam pembelajaran Analisis Real, mahasiswa dituntut untuk mampu mengekspresikan penalaran matematis secara tertulis, sistematis, dan rigor sehingga kemampuan berpikir logis menjadi salah satu kompetensi yang sangat penting untuk dimiliki (Septiati, 2018).

Selain itu, Analisis Real menggunakan sistem deduktif aksiomatik yang dibangun dari definisi, aksioma atau postulat, serta teorema-teorema yang telah dibuktikan sebelumnya. Oleh karena itu, pemahaman konsep dan kemampuan pembuktian menjadi aspek yang sangat penting dalam mempelajari mata kuliah ini (Takaendengan et al., 2022).

2. Karakteristik Mata Kuliah Analisis Real

Mata kuliah Analisis Real memiliki karakteristik yang berbeda dengan beberapa mata kuliah matematika lainnya. Salah satu karakteristik utamanya adalah penekanan pada

kemampuan berpikir logis dan penalaran matematis. Melalui mata kuliah ini, mahasiswa tidak hanya dituntut untuk memperoleh jawaban yang benar, tetapi juga harus mampu menjelaskan alasan yang mendasari setiap langkah penyelesaian secara logis dan sistematis (Septiati, 2018).

Karakteristik lainnya adalah penggunaan sistem pembuktian deduktif aksiomatik dalam penyelesaian masalah matematika. Setiap pernyataan matematika harus didukung oleh definisi, aksioma, atau teorema yang telah terbukti sebelumnya sehingga proses pembuktian menjadi bagian penting dalam pembelajaran Analisis Real. Keberhasilan mahasiswa dalam mata kuliah ini tidak hanya ditentukan oleh hasil akhir, tetapi juga oleh ketepatan proses pembuktian yang dilakukan (Takaendengan et al., 2022).

3. Kesulitan Mahasiswa dalam Mata Kuliah Analisis Real

Meskipun memiliki peran penting dalam pembelajaran matematika, Analisis Real sering dianggap sebagai salah satu mata kuliah yang sulit oleh mahasiswa. Kesulitan tersebut muncul karena mahasiswa harus memahami konsep-konsep yang abstrak sekaligus menguasai teknik pembuktian yang bersifat formal dan sistematis. Banyak mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami definisi formal, melakukan pembuktian, serta menghubungkan konsep-konsep yang telah dipelajari sebelumnya (Septiati, 2018).

Selain itu, mahasiswa juga sering mengalami kebingungan dalam menentukan teorema yang tepat untuk digunakan dalam suatu pembuktian. Kurangnya pengalaman dalam melakukan analisis teorema dan pembuktian deduktif aksiomatik menyebabkan mahasiswa mengalami kendala ketika harus membuktikan suatu klaim matematis.

Hasil penelitian juga menunjukkan bahwa mahasiswa masih melakukan berbagai kesalahan dalam menyelesaikan soal Analisis Real, seperti kesalahan membaca soal, kesalahan memahami permasalahan, kesalahan transformasi, dan kesalahan dalam keterampilan proses. Kesalahan-kesalahan tersebut

menunjukkan bahwa kemampuan berpikir logis dan pemahaman konsep mahasiswa masih perlu ditingkatkan agar mampu menyelesaikan permasalahan Analisis Real dengan baik (Takaendengan et al., 2022).

Peran Pembuktian Matematis dalam Memahami Konsep Analisis Real

1. Hubungan Pembuktian Matematis dan Analisis Real

Pembuktian matematis memiliki hubungan yang sangat erat dengan mata kuliah Analisis Real karena sebagian besar konsep dalam Analisis Real dibangun melalui sistem deduktif yang mengharuskan mahasiswa mampu memahami definisi, prinsip, serta teorema dan menggunakannya untuk memperoleh suatu kesimpulan yang benar. Analisis Real tidak hanya menuntut mahasiswa untuk memperoleh hasil akhir dari suatu permasalahan, tetapi juga menuntut kemampuan dalam memberikan alasan yang logis terhadap setiap langkah yang dilakukan. Lestari (2015) menjelaskan bahwa mata kuliah Analisis Real merupakan mata kuliah yang memiliki struktur aksiomatik-deduktif dan didominasi oleh kegiatan pembuktian matematis. Kompetensi yang perlu dikuasai mahasiswa di antaranya adalah kemampuan membuktikan teorema pada sistem bilangan real, barisan bilangan real, limit fungsi, kontinuitas fungsi, dan derivatif fungsi.

Hubungan tersebut tampak ketika mahasiswa menggunakan definisi dan teorema untuk menyusun langkah pembuktian. Mahasiswa perlu menentukan informasi yang diketahui, memilih dasar matematis yang sesuai, dan memastikan setiap langkah mengarah pada kesimpulan. Proses ini memperlihatkan struktur deduktif yang menjadi ciri utama Analisis Real.

Namun, kemampuan pembuktian matematis mahasiswa dalam Analisis Real masih menghadapi berbagai permasalahan. Lestari (2015) menemukan bahwa permasalahan mahasiswa meliputi kesulitan membaca dan memahami pembuktian, menyajikan bukti kebenaran suatu pernyataan, melakukan

pembuktian secara langsung maupun tidak langsung, serta mengembangkan argumen matematis untuk membuktikan atau menyangkal suatu pernyataan. Hal tersebut menunjukkan bahwa pemahaman terhadap konsep Analisis Real tidak dapat dipisahkan dari kemampuan mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis.

2. Peran Pembuktian Matematis dalam Memahami Konsep Analisis Real

Pembuktian matematis berperan sebagai salah satu cara bagi mahasiswa untuk membangun pemahaman yang lebih mendalam terhadap konsep Analisis Real. Melalui pembuktian, mahasiswa tidak hanya mengetahui bahwa suatu pernyataan benar, tetapi juga memahami alasan mengapa pernyataan tersebut dapat dinyatakan benar berdasarkan definisi, aksioma, prinsip, dan teorema yang telah diketahui sebelumnya. Santosa (2013) menjelaskan bahwa kemampuan pembuktian matematis merupakan kemampuan yang penting dimiliki mahasiswa matematika dan pendidikan matematika. Dalam proses pembuktian, mahasiswa tidak hanya dituntut untuk mengetahui suatu konsep, tetapi juga harus mampu menggunakan konsep tersebut dalam membangun struktur pembuktian yang logis.

Dalam pembelajaran Analisis Real, pembuktian dapat membantu mahasiswa menghubungkan konsep-konsep yang sebelumnya telah dipelajari. Sebagai contoh, ketika mahasiswa mempelajari konsep limit, kontinuitas, atau sifat-sifat bilangan real, mahasiswa tidak cukup hanya memahami definisinya secara informal. Mahasiswa perlu memahami bagaimana definisi tersebut digunakan dalam suatu pembuktian dan bagaimana suatu teorema dapat digunakan untuk memperoleh pernyataan berikutnya. Oleh karena itu, pembuktian menjadi proses yang membantu mahasiswa menghubungkan pengetahuan awal dengan konsep baru.

Pembuktian juga berperan dalam mengembangkan kemampuan berpikir logis dan sistematis.

Penelitian Sarjana et al. (2026) menunjukkan bahwa proses berpikir mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan pembuktian pada mata kuliah Analisis Riil dapat dilihat melalui tahapan entry, attack, dan review. Mahasiswa yang mampu menyelesaikan soal dengan benar dapat melalui ketiga tahapan tersebut dengan baik. Hal ini menunjukkan bahwa kegiatan pembuktian tidak hanya berkaitan dengan kemampuan menuliskan simbol matematika, tetapi juga melibatkan proses memahami masalah, menentukan strategi penyelesaian, melaksanakan strategi, serta meninjau kembali hasil yang diperoleh.

Selain itu, pembuktian matematis dapat membantu mahasiswa mengembangkan kemampuan menganalisis dan mengevaluasi suatu pernyataan. Anisa et al. (2025) menunjukkan bahwa aktivitas pembuktian berkaitan dengan kemampuan menganalisis hubungan konsep, mengevaluasi langkah penyelesaian, memberikan alasan yang logis, serta menarik kesimpulan berdasarkan argumentasi yang dapat dipertanggungjawabkan. Meskipun penelitian tersebut dilakukan pada jenjang SMA, temuan tersebut memperlihatkan bahwa pembuktian memiliki peran dalam membangun proses berpikir yang lebih kritis dan logis. Dalam konteks mahasiswa Pendidikan Matematika, kemampuan tersebut menjadi semakin penting karena Analisis Real menuntut penalaran yang lebih formal dan abstrak.

3. Manfaat Pembuktian Matematis bagi Mahasiswa

Pembuktian matematis memberikan berbagai manfaat bagi mahasiswa, khususnya mahasiswa Pendidikan Matematika yang mempelajari Analisis Real. Manfaat pertama adalah meningkatkan pemahaman konseptual. Ketika melakukan pembuktian, mahasiswa harus memahami definisi dan teorema yang digunakan sehingga proses tersebut mendorong mahasiswa untuk tidak sekadar menghafalkan suatu pernyataan. Santosa (2013) menunjukkan bahwa kesulitan mahasiswa dalam pembuktian dapat berkaitan dengan kurangnya pemahaman konsep, pengetahuan logika dan metode

pembuktian, serta keterbatasan dalam memahami bahasa dan notasi matematika. Oleh karena itu, kegiatan pembuktian yang dilakukan secara bertahap dapat membantu mahasiswa memperkuat pemahaman terhadap konsep-konsep yang menjadi dasar pembuktian.

Manfaat kedua adalah melatih kemampuan berpikir logis dan sistematis. Pembuktian mengharuskan mahasiswa menyusun langkah penyelesaian berdasarkan hubungan yang logis. Setiap pernyataan yang digunakan harus memiliki dasar yang jelas, baik berupa definisi, aksioma, maupun teorema yang telah dibuktikan sebelumnya. Kebiasaan tersebut dapat membantu mahasiswa menjadi lebih teliti dalam menyusun argumen matematis.

Manfaat ketiga adalah meningkatkan kemampuan dalam memecahkan masalah. Dalam melakukan pembuktian, mahasiswa tidak selalu dapat langsung menentukan langkah yang harus dilakukan. Mahasiswa perlu memahami permasalahan, menentukan strategi, memilih konsep yang sesuai, dan kemudian memeriksa kembali apakah argumen yang disusun sudah benar. Proses tersebut menjadikan pembuktian sebagai kegiatan yang melatih kemampuan pemecahan masalah sekaligus kemampuan berpikir kritis.

Manfaat berikutnya adalah membangun pengalaman mahasiswa dalam menghadapi permasalahan matematis yang bersifat abstrak. Herizal (2020) menunjukkan bahwa faktor pengalaman merupakan faktor yang paling berpengaruh terhadap kemampuan pembuktian matematis. Mahasiswa atau peserta didik yang terbiasa mengerjakan soal-soal pembuktian memiliki peluang yang lebih besar untuk mampu mengerjakan permasalahan yang berkaitan dengan pembuktian. Oleh sebab itu, latihan pembuktian secara berulang dan bertahap menjadi salah satu hal yang penting dalam pembelajaran matematika yang banyak menggunakan pembuktian.Pembuktian juga dapat melatih mahasiswa untuk mengevaluasi kembali kebenaran

dari proses berpikirnya. Dalam menyusun suatu bukti, mahasiswa perlu memastikan bahwa setiap langkah yang digunakan memiliki alasan yang tepat dan tidak terdapat kesalahan dalam penggunaan definisi maupun teorema. Lestari (2015) menunjukkan bahwa kemampuan mahasiswa dalam mengkritik dan menyusun kembali suatu pembuktian masih perlu dikembangkan. Hal ini menunjukkan bahwa kegiatan pembuktian tidak berhenti pada kemampuan menghasilkan bukti, tetapi juga mencakup kemampuan membaca, memeriksa, dan mengevaluasi bukti yang telah dibuat.

4. Contoh Penerapan Pembuktian dalam Analisis Real

Salah satu penerapan pembuktian dalam Analisis Real dapat dilihat pada pembuktian teorema yang berkaitan dengan himpunan. Sarjana et al. (2026) menggunakan permasalahan pada materi himpunan yang meminta mahasiswa untuk membuktikan suatu teorema. Dalam menyelesaikan permasalahan tersebut, mahasiswa dapat menggunakan lebih dari satu strategi, antara lain menggunakan strategi dua langkah maupun menggunakan teorema-teorema yang telah diketahui sebelumnya. Contoh tersebut menunjukkan bahwa pembuktian dalam Analisis Real tidak selalu dilakukan dengan satu cara, tetapi mahasiswa dapat memilih strategi yang sesuai dengan struktur permasalahan.

Sebagai contoh sederhana, misalkan diberikan pernyataan:

Jika $A \subseteq B$, maka $A \cap C \subseteq B \cap C$.

Pernyataan tersebut dapat dibuktikan secara langsung. Misalkan $x \in A \cap C$. Berdasarkan definisi irisan, diperoleh $x \in A$ dan $x \in C$. Karena diketahui $A \subseteq B$, maka dari $x \in A$ diperoleh $x \in B$. Dengan demikian, $x \in B$ dan $x \in C$, sehingga berdasarkan definisi irisan diperoleh $x \in B \cap C$. Jadi, terbukti bahwa $A \cap C \subseteq B \cap C$.

Contoh tersebut memperlihatkan bahwa dalam pembuktian, mahasiswa harus memahami definisi himpunan bagian dan irisan serta mampu menghubungkan kedua definisi tersebut secara logis. Proses

tersebut bukan sekadar menghasilkan kesimpulan $A \cap C \subseteq B \cap C$, tetapi menunjukkan alasan mengapa kesimpulan tersebut benar.

Berdasarkan uraian tersebut, pembuktian matematis dalam Analisis Real tidak hanya digunakan untuk menunjukkan kebenaran teorema, tetapi juga membantu mahasiswa memahami konsep, menghubungkan gagasan, mengembangkan penalaran, dan mengevaluasi argumen. Oleh karena itu, kemampuan pembuktian perlu terus dikembangkan oleh mahasiswa Pendidikan Matematika.

D. Kesimpulan

Kesulitan mahasiswa dalam mempelajari Analisis Real umumnya berkaitan dengan pemahaman terhadap definisi formal, pemilihan metode pembuktian, penggunaan teorema yang sesuai, serta penyusunan langkah-langkah pembuktian yang tepat. Oleh karena itu, kemampuan pembuktian matematis perlu dikembangkan secara bertahap melalui latihan yang berkelanjutan. Penguasaan berbagai metode pembuktian, seperti pembuktian langsung, kontraposisi, kontradiksi, dan induksi matematika, juga dapat membantu mahasiswa menghadapi berbagai permasalahan dalam Analisis Real.

Dengan demikian, pembuktian matematis bukan sekadar keterampilan untuk membuktikan suatu teorema, melainkan bagian penting dari proses memahami matematika. Kemampuan ini dapat membantu mahasiswa meningkatkan pemahaman konseptual, mengembangkan kemampuan berpikir kritis, melatih penalaran logis, serta meningkatkan keterampilan pemecahan masalah. Oleh sebab itu, pembelajaran Analisis Real perlu memberikan perhatian lebih terhadap proses pembuktian agar mahasiswa tidak hanya mampu memperoleh jawaban yang benar, tetapi juga memahami alasan matematis di balik setiap langkah penyelesaiannya.

DAFTAR PUSTAKA:

Jurnal :

Anisa, Fitriani, W. R., Mellinda, C., Noviani, D., Juniati, F., & Afgani, M. W. (2025). Peran pembuktian matematis terhadap pengembangan kemampuan berpikir kritis siswa sekolah menengah atas (SMA). de Fermat: Jurnal Pendidikan Matematika, 8(2), 801-809.

Herizal. (2020). Faktor yang memengaruhi kemampuan pembuktian matematis siswa. Vygotsky: Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika, 2(1), 33-42. https://doi.org/10.30736/vj.v2i1.187

Istianda, U., Gresia, N. N., Isa, S. C., Revania, T., Aisah, N., Ramadhani, I., & Afgani, M. W. (2025). Peran pembuktian dalam membangun struktur dan kebenaran ilmu matematika. Wilangan: Jurnal Inovasi dan Riset Pendidikan Matematika, 6(4).

Kartika, E. D., & Yazidah, N. I. (2019). Analisis kemampuan pembuktian matematis pada matakuliah analisis real berdasarkan Adversity Quotient. Prima: Jurnal Pendidikan Matematika, 3(2), 152-157.

Lestari, D. T., Hasanah, R. U., Anggraini, P., & Utami, N. (2024). Analisis jenis kesalahan mahasiswa dalam pembuktian matematis pada mata kuliah Analisis Real. Populer: Jurnal Penelitian Mahasiswa, 3(2), 170-179. https://doi.org/10.58192/populer.v3i2.2307

Lestari, K. E. (2015). Analisis kemampuan pembuktian matematis mahasiswa menggunakan pendekatan induktif-deduktif pada mata kuliah Analisis Real. MENDIDIK: Jurnal Kajian Pendidikan dan Pengajaran, 1(2), 128-135.

Mismahella, I., Hasanah, R. U., Nasution, H. A. G., & Lidya. (2024). Kajian literatur: Kemampuan pembuktian matematis mahasiswa pada mata kuliah analisis real. Relevan: Jurnal Pendidikan Matematika, 4(3).

Salsabila, E., Ratnaningsih, & Hadi, I. (2015). Pembekalan pemahaman metode pembuktian matematika dan penerapan strategi abduktif-deduktif untuk mengembangkan kemampuan membuktikan konsep Aljabar Abstrak pada mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA UNJ. Jurnal Matematika Integratif, 11(1), 15-24.

Santosa, C. A. H. F. (2013). Mengatasi kesulitan mahasiswa ketika melakukan pembuktian matematis formal. Jurnal Pengajaran MIPA, 18(2), 152-160.

Sarjana, K., Kertiyani, N. M. I., Lu'luilmaknun, U., Kurniawan, E., & Primajati, G. (2026). Analisis proses berpikir matematis mahasiswa pada pembuktian prinsip matematika. Jurnal Ilmiah Profesi Pendidikan, 11(2), 1770-1777. https://doi.org/10.29303/jipp.v11i2.4864

Septhaliva, R. I., Angita, Gushalimah, S., Putri, F. M., Rullah, N., Subarkah, F. A., & Afgani, M. W. (2025). Peran pembuktian dalam matematika sebagai fondasi kebenaran dan kepastian ilmiah. de Fermat: Jurnal Pendidikan Matematika, 8(2), 889-896.

Septiati, E. (2021). Kemampuan mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti matematis pada mata kuliah Analisis Real. Indiktika: Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika, 4(1), 64-72.

Siregar, I. (2016). Masalah pembelajaran pembuktian matematika bagi mahasiswa di Indonesia. Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika, 5(3), 315-324.

Takaendengan, B. R., Anwar, A., Takaendengan, W., & Kobandaha, P. E. (2022). Identifikasi kesalahan jawaban mahasiswa pada mata kuliah Analisis Real berdasarkan Newmann's Error Analysis. EULER: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains dan Teknologi, 10(2), 235-243. https://doi.org/10.34312/euler.v10i2.16777